NOM	DATE	PÉRIODE

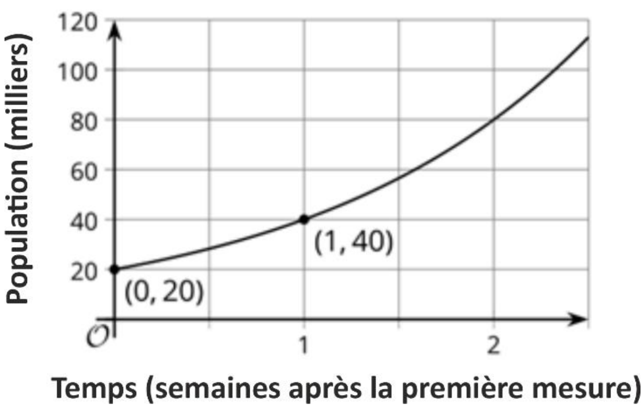
Matériel de soutien aux familles

Fonctions exponentielles et équations

Dans cette unité, votre élève examinera les fonctions exponentielles et les utilisera pour résoudre des problèmes. Les fonctions exponentielles sont utilisées pour modéliser de nombreuses situations rencontrées dans le monde réel. Par exemple,

- De nombreuses populations connaissent une croissance exponentielle, surtout lorsque les ressources sont facilement disponibles.
- Les maladies contagieuses peuvent se propager de façon exponentielle lorsqu'elles sont introduites pour la première fois dans une population.
- Les substances radioactives, comme celles utilisées dans les traitements médicaux ou les centrales nucléaires, se désintègrent ou diminuent de manière exponentielle de manière prévisible.

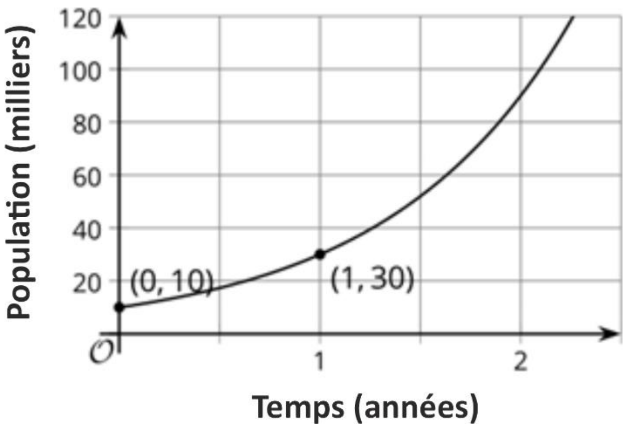
Voici un graphique montrant une population d'insectes p, en milliers, w semaines après une première mesure.



La population augmente de façon exponentielle, doublant chaque semaine. Une équation reliant p et w est $p = 20 \cdot 2^w$. Et comment faire si nous voulons voir à quelle vitesse la population d'insectes augmente chaque jour ? Du fait que la croissance est exponentielle, nous savons qu'elle augment d'un même facteur chaque jour. Si en une semaine l'augmentation signifie multiplier par 2, alors l'augmentation en un jour signifie multiplier par la racine septième de 2, $2^{\frac{1}{7}}$, puisque c'est le nombre qui à la puissance sept donne 2. En appliquant ce facteur, si d est le nombre de jours écoulés depuis que la population d'insectes a été mesurée, la relation entre p et d est $p = 20 \cdot \left(2^{\frac{1}{7}}\right)^d$. Nous avons maintenant une équation que nous pouvons utiliser pour estimer la population en jours plutôt qu'en semaines.

Voici une tâche à essayer avec votre élève :

Voici le graphique d'une autre population a qui augmente de manière exponentielle, en milliers, donnée par l'équation $a = 10 \cdot 3^t$. Ici, t est le temps mesuré en années.



1. Que signifient les points marqués (0,10) et (1,30) dans cette situation ?
2. De quel facteur la population augmente-t-elle chaque mois ? Astuce : comment pouvez-vous utiliser le nombre de mois dans une année pour exprimer ce facteur ?
3. Écrivez une équation pour la population, en milliers, m mois après qu'elle a été mesurée pour la première fois.
4. Après combien de mois la population a-t-elle atteint 50 000 têtes ?

Solution :

1. Le point (0,10) signifie que la population était de 10 000 têtes lors de la première mesure et qu'elle était de 30 000 têtes après 1 an.
2. $3^{\frac{1}{12}}$
3. $p = 10 \cdot \left(3^{\frac{1}{12}}\right)^m$
4. entre 17 et 18 mois